

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 5 ΙΟΥΛΙΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Αν η συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και  $c \in \mathbb{R}$ , να αποδείξετε ότι  $(cf(x))' = cf'(x)$ ,  $x \in \Delta$ .

**Μονάδες 9**

**Α2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 3**

**Α3.** Πώς ορίζεται ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

**Μονάδες 3**

**Α4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  έχουν κοινό πεδίο ορισμού το  $A$ , τότε η συνάρτηση  $\frac{f}{g}$  έχει πάντα πεδίο ορισμού το  $A$

**β)** Ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} (\sin x) = \sin x_0$

**γ)** Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους οι διαδοχικές κεντρικές τιμές των κλάσεων διαφέρουν μεταξύ τους όσο και το πλάτος κάθε κλάσης.

**δ)** Σε μια ομαδοποιημένη κατανομή με κλάσεις ίσου πλάτους το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος  $n$  του δείγματος.

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ε) Αν  $P(A)$  είναι η πιθανότητα ενός ενδεχομένου

$$A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\} \neq \emptyset, \text{ τότε}$$

$$P(A) = P(\alpha_1) + P(\alpha_2) + \dots + P(\alpha_n)$$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι βαθμοί 60 μαθητών σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών κυμαίνονται από 10 έως 20 και έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Αν:

- Η γωνία του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στην κλάση  $[14, 16)$  του κυκλικού διαγράμματος είναι  $144^\circ$
- Οι σχετικές συχνότητες των δύο πρώτων κλάσεων είναι ίσες.
- 48 μαθητές πήραν βαθμό έως 16 και
- 6 μαθητές πήραν βαθμό τουλάχιστον 18, τότε:

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα σωστά συμπληρωμένο.

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ [ - )	ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΤΙΜΗ $x_i$	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $v_i$	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $f_i$	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ $f_i \%$
ΣΥΝΟΛΟ				

**Μονάδες 10**

**B2.** Να βρείτε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  της βαθμολογίας των μαθητών.

**Μονάδες 6**

**B3.** Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμολογία από 10 έως 14

**Μονάδες 4**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**B4.** Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμολογία τουλάχιστον 17

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και τα ενδεχόμενά του  $A = \{\omega_1, \omega_3\}$  και  $B = \{\omega_2, \omega_4\}$

Αν είναι  $P(A-B) = \frac{\nu+1}{\nu+4}$  και  $P(B-A) = \frac{\nu-1}{2\nu}$

όπου  $\nu$  θετικός ακέραιος, τότε:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $P(A-B) = P(A)$  και  $P(B-A) = P(B)$

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να αποδείξετε ότι  $\nu=4$

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων  $A$  και  $B$

**Μονάδες 4**

**Γ4.** Να υπολογίσετε την πιθανότητα του ενδεχομένου  $A' \cup B'$

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Έστω  $t_1, t_2, \dots, t_n$  οι παρατηρήσεις μιας ποσοτικής μεταβλητής

$X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , που έχουν μέση τιμή  $\bar{x}$  και τυπική απόκλιση  $s$

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση

$$f(t) = \frac{1}{300s^2} \left( t - \bar{x} \right)^3, \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad s \neq 0$$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως αύξουσα.

**Μονάδες 5**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης  $f$  γίνεται ελάχιστος για  $t = \bar{x}$  και να βρείτε την ελάχιστη τιμή του.

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Αν  $f'(0)=1$ , να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής CV των παραπάνω παρατηρήσεων και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 8**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή των αριθμών  $f'(t_1), f'(t_2), \dots, f'(t_n)$  είναι ίση με  $\frac{1}{100}$

**Μονάδες 6**

### **ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.**
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό διαρκείας και μόνον ανεξίτηλης μελάνης.** Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 9:30 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ