

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΤΡΙΤΗ 1 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

- A.** Έστω  $f, g$  δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο σύνολο των πραγματικών αριθμών. Να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

**Μονάδες 9**

- B. α.** Να δώσετε τον ορισμό της διακύμανσης των παρατηρήσεων  $t_1, t_2, \dots, t_n$  μιας μεταβλητής  $X$ .

**Μονάδες 3**

- β.** Πότε δύο ενδεχόμενα  $A$  και  $B$  λέγονται ασυμβίβαστα;

**Μονάδες 3**

- Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Γενικά δεχόμαστε ότι ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος δεν ξεπερνά το 10%.

**Μονάδες 2**

- β.** Χαρακτηριστικό γνώρισμα μιας συνεχούς συνάρτησης σε ένα κλειστό διάστημα είναι ότι η γραφική της παράσταση είναι μια συνεχής καμπύλη.

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

γ. Αν η συνάρτηση  $f$  έχει στο  $x_0$  όριο έναν πραγματικό αριθμό  $l_1$ , δηλαδή αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ , τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = l_1^v \quad (v \text{ θετικός ακέραιος}).$$

**Μονάδες 2**

δ. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) < 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 2**

ε. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Η μέση βαθμολογία των μαθητών μιας τάξης σε ένα τεστ είναι 70. Χωρίζουμε τη βαθμολογία σε τέσσερις κλάσεις ίσου πλάτους, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις [ - )	Κεντρικές τιμές $x_i$	Συχνότητα $v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i$
20 - 40			
40 - 60			
60 - 80			
80 - 100			
Σύνολα			

Δίνεται επιπλέον ότι το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 20 έως 40 είναι ίσο με το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμό από 40 έως 60, ενώ στο κυκλικό διάγραμμα των δεδομένων, η γωνία του κυκλικού τομέα για την επίδοση από 80 έως 100 είναι  $108^\circ$ .

α. Να δείξετε ότι  $f_1 = f_2 = \frac{1}{10}$ ,  $f_3 = \frac{5}{10}$ ,  $f_4 = \frac{3}{10}$ .

**Μονάδες 10**

β. Αν ο αριθμός των μαθητών της τάξης είναι 50, τότε:

i. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον πίνακα συχνοτήτων και να συμπληρώσετε όλα τα στοιχεία του.

**Μονάδες 5**

ii. Να βρείτε το πλήθος των μαθητών που έχουν βαθμολογία τουλάχιστον 60.

**Μονάδες 5**

iii. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που έχουν βαθμολογία από 50 έως 70.

**Μονάδες 5**

### **ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω  $A$  και  $B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  και  $p$  ένας πραγματικός αριθμός με  $0 < p < 1$ . Δίνεται ότι οι πιθανότητες  $P(A)$ ,  $P(A \cup B)$  και  $P(A \cap B)$  είναι ανά δύο διαφορετικές μεταξύ τους και αποτελούν στοιχεία του συνόλου

$$\{p - 1, p, p + 1, p^2, p^3\}.$$

α. Να δείξετε ότι  $P(A) = p^2$ ,  $P(A \cup B) = p$  και  $P(A \cap B) = p^3$ .

**Μονάδες 9**

β. Να αποδείξετε ότι  $P(B) = p^3 - p^2 + p$ .

**Μονάδες 8**

γ. Να αποδείξετε ότι  $P(B - A) > P(A - B)$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έχουμε περιφράξει με συρματοπλέγμα μήκους 200 m μια ορθογώνια περιοχή από τις τρεις πλευρές της (Σχήμα 1). Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος.

Έστω ότι το μήκος του τοίχου που θα χρησιμοποιηθεί είναι  $x$ .



Σχήμα 1

- α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της περιοχής που περιφράξαμε δίνεται από τον τύπο

$$f(x) = 100x - \frac{1}{2}x^2.$$

**Μονάδες 6**

- β. Να βρείτε τη μεγαλύτερη δυνατή επιφάνεια που θα μπορούσαμε να περιφράξουμε με το συρματοπλέγμα των 200 m.

**Μονάδες 7**

- γ. Να βρείτε τη μέση τιμή των αριθμών  $f'(100)$ ,  $f'(101)$ ,  $f'(102)$ ,  $f'(103)$  και  $f'(104)$ .

**Μονάδες 5**

- δ. Έστω  $CV$  ο συντελεστής μεταβολής των αριθμών  $f'(100)$ ,  $f'(101)$ ,  $f'(102)$ ,  $f'(103)$  και  $f'(104)$  και  $CV'$  ο συντελεστής μεταβολής που προκύπτει όταν αυξήσουμε καθέναν από τους αριθμούς αυτούς κατά  $c$ , όπου  $c \neq 2$ . Να υπολογίσετε το  $c$ , έτσι ώστε να ισχύει  $CV' = 2CV$ .

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:00' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**