

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ(4)**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης  $f(x)=x$  είναι  $f'(x)=1$ .

**Μονάδες 8**

**B. α.** Να δώσετε τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου  $A$  κάποιου δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

**Μονάδες 4**

**β.** Να δώσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω πιθανοτήτων:

i)  $P(\Omega)$       ii)  $P(\emptyset)$ .

**Μονάδες 3**

**Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.

**α.** Έστω ότι έχουμε ένα δείγμα μεγέθους  $n$  και ότι  $f_i, i=1,2,\dots,k$ , είναι οι αντίστοιχες σχετικές συχνότητες των τιμών  $x_i$  μιας μεταβλητής. Αν  $\alpha_i$  είναι το αντίστοιχο τόξο ενός κυκλικού τμήματος στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, τότε:

$$\alpha_i = 360 \cdot f_i, \text{ για } i=1,2,\dots,k.$$

**Μονάδες 2**

- β. Αν  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις με  $g(x) \neq 0$ , τότε ισχύει 
$$\left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2}.$$

**Μονάδες 2**

- γ. Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 2**

**Γ2.** Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$f_1(x) = e^x$       όπου  $x$  πραγματικός.

$f_2(x) = \frac{1}{x}$       όπου  $x \neq 0$ .

$f_3(x) = \eta \mu x$       όπου  $x$  πραγματικός.

$f_4(x) = c$       όπου  $x$  πραγματικός και  $c$  σταθερά.

**Μονάδες 4**

### **ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο  $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$ .

- α. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f(x)$ .

**Μονάδες 5**

- β. Να βρεθεί το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ .

**Μονάδες 8**

- γ. Να εξετασθεί η συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία και να βρεθούν τα ακρότατά της.

**Μονάδες 12**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Έστω ο δειγματικός χώρος  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Θεωρούμε τα ενδεχόμενα  $A, B$  του  $\Omega$  τα οποία ορίζονται ως εξής:

$$A = \{x \in \Omega / 0 \leq \ln(x-1) < \ln 3\},$$

$$B = \{x \in \Omega / (x^2 - 5x) \cdot (x-1) = -6 \cdot (x-1)\}.$$

**α.** Να βρεθούν οι πιθανότητες  $P(A-B)$  και  $P(B \cup A')$ .

**Μονάδες 8**

**β.** Αν  $P(A) = \frac{1}{4}$ , να υπολογιστεί η πιθανότητα  $P(A' \cup B')$ .

**Μονάδες 7**

**γ.** Αν  $P(A) = \frac{1}{4}$  και  $P(B-A) = \frac{1}{8}$ , να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή της πιθανότητας  $P(X)$ , όπου  $X$  είναι ενδεχόμενο του  $\Omega$  τέτοιο ώστε  $A \cup X = B$ .

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$  ένα δείγμα με παρατηρήσεις:

$$7, 5, \alpha, 2, 5, \beta, 8, 6, \gamma, 5, 3,$$

όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  φυσικοί αριθμοί με  $\alpha < \beta < \gamma$ . Δίνεται ότι η μέση τιμή, η διάμεσος και το εύρος των παρατηρήσεων είναι  $\bar{x} = 6$ ,  $\delta = 6$  και  $R = 8$  αντίστοιχα.

**α.** Να βρεθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ , έτσι ώστε να ισχύει  $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 217$ .

**Μονάδες 8**

**β.** Για τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ , που βρέθηκαν στο προηγούμενο ερώτημα, ναδειχθεί ότι η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι ίση με  $s_x = \sqrt{\frac{58}{11}}$  και να εξετασθεί αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 8**

- γ. Έστω  $y_1, y_2, \dots, y_{11}$  οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις  $x_1, x_2, \dots, x_{11}$  επί μια θετική σταθερά  $c_1$  και στη συνέχεια προσθέσουμε μια σταθερά  $c_2$ . Αν  $\bar{y}=9$  και  $s_y=2s_x$ , να βρεθούν οι τιμές των σταθερών  $c_1$  και  $c_2$ .

**Μονάδες 9**

**ΟΔΗΓΙΕΣ** (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά τη 10:00' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**