ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό σελ 31
Α2. Σχολικό σελ 14
Α3. Σχολικό σελ 72
Α4. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α. Η μέση τιμή των δεδομένων του πίνακα είναι:

$$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i v_i}{v}=\frac{x_1v_1+x_2v_2+x_3v_3+x_4v_4}{v}=\frac{1\cdot 2+3\cdot 3+5\cdot 4+9\cdot 1}{10}=\frac{40}{10}=4$$

β. Η διάμεσος των παρατηρήσεων είναι $\delta=\frac{t_5+t_6}{2}=\frac{3+5}{2}=4$.

γ. Η διακύμανση των παρατηρήσεων είναι

$$s^2=\frac{\sum_{i=1}^{4}(x_i-\overline{x})^2 v_i}{v}=\frac{(x_1-\overline{x})^2v_1+(x_2-\overline{x})^2v_2+(x_3-\overline{x})^2v_3+(x_4-\overline{x})^2v_4}{v}=$$

$$\frac{(1-4)^2\cdot 2+(3-4)^2\cdot 3+(5-4)^2\cdot 4+(9-4)^2\cdot 1}{10}=\frac{9\cdot 2+1\cdot 3+1\cdot 4+25\cdot 1}{10}=\frac{50}{10}=5$$

Β2. Η τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων του δείγματος είναι $s=\sqrt{s^2}=\sqrt{5}\simeq 2,3$.
Ο συντελεστής μεταβολής των παρατηρήσεων του δείγματος είναι

$CV=\frac{2,3}{4}\cdot 100\%\simeq 60\%>10\%$ άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η f είναι παραγωγίσιμη στο R με $f'(x)=2x-1$. Μηδενίζουμε την παράγωγο:

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-1=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ και κάνουμε τον πίνακα μονοτονίας ακροτάτων:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘		↗

επομένως η f παρουσιάζει στη θέση $x=\frac{1}{2}$ τοπικό ελάχιστο με τιμή

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+1=\frac{3}{4}.$$

Γ2. Το σημείο επαφής είναι $A(2, f(2))$ άρα το $A(2,3)$. Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης είναι $\lambda_{\varepsilon\varphi} = f'(2) = 3$ οπότε η εφαπτομένη έχει εξίσωση $y = 3x + \beta$ και επειδή η εφαπτομένη διέρχεται από το $A(2,3)$ άρα: $3 = 6 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$ επομένως η εφαπτομένη στο Α έχει εξίσωση $y = 3x - 3$.

Γ3. Για να βρούμε το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη τέμνει τον x΄x θέτουμε $y = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ άρα το σημείο είναι $B(1,0)$ ενώ για να βρούμε το σημείο στο οποίο η εφαπτομένη τέμνει τον y΄y θέτουμε $x = 0$ οπότε $y = -3$ άρα το σημείο είναι $\Gamma(0,-3)$.

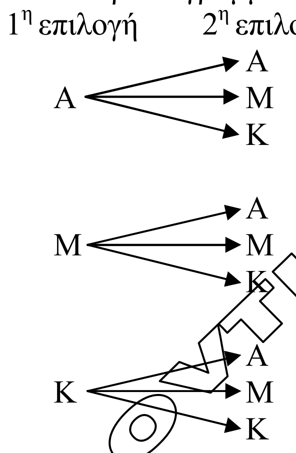
Γ4. Είναι $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}^{\,2}-1^2}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{x^2-x}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} =$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\cdot\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{x}{\sqrt{x^2-x+1}+1} = \frac{1}{2}.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το δενδροδιάγραμμα του πειράματος είναι:



Ο δειγματικός χώρος του πειράματος: $\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$

Δ2. Το ενδεχόμενο η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί να είναι μαύρη είναι: $A = \{AM, MM, KM\}$ ενώ το ενδεχόμενο να εξαχθούν δύο μπάλες διαφορετικού χρώματος είναι $B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$.

Δ3.α.

- $A' = \{AA, AK, MA, MK, KA, KK\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας: $P(A') = \dfrac{N(A')}{N(\Omega)} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$.
- $A \cap B = \{AM, KM\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας: $P(A \cap B) = \dfrac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \dfrac{2}{9}$.

- $A-B=\{MM\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της

πιθανότητας: $P\left(A-B\right)=\dfrac{N(A-B)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{9}$.

- $B-A=\{AK, MA, MK, KA\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της

πιθανότητας: $P\left(B-A\right)=\dfrac{N(B-A)}{N(\Omega)}=\dfrac{4}{9}$.

β. Το ενδεχόμενο Γ περιέχει όλα εκείνα τα στοιχεία του δειγματικού χώρου Ω στα οποία δεύτερη μπάλα δεν είναι μαύρη και στα οποία οι μπάλες δεν έχουν μεταξύ τους διαφορετικό χρώμα άρα το ενδεχόμενο Γ μπορεί να είναι $\Gamma=\varnothing$ οπότε $P\left(\Gamma\right)=0$ ή

$\Gamma=\{AA\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας: $P\left(\Gamma\right)=\dfrac{N(\Gamma)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{9}$

ή $\Gamma=\{KK\}$ οπότε σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας: $P(\Gamma)=\dfrac{N(\Gamma)}{N(\Omega)}=\dfrac{1}{9}$

ή $\Gamma=\{AA, KK\}$ άρα σύμφωνα με τον κλασικό ορισμό της πιθανότητας: $P(\Gamma)=\dfrac{N(\Gamma)}{N(\Omega)}=\dfrac{2}{9}$

οπότε η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει η πιθανότητα $P(\Gamma)$ είναι $\dfrac{2}{9}$.