

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β')**  
**ΔΕΥΤΕΡΑ 23 ΜΑΪΟΥ 2016**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:**  
**ΦΥΣΙΚΗ**  
**ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)**  
*(Ενδεικτικές Απαντήσεις)*

**ΘΕΜΑ Α**

A1 → β

A2 → γ

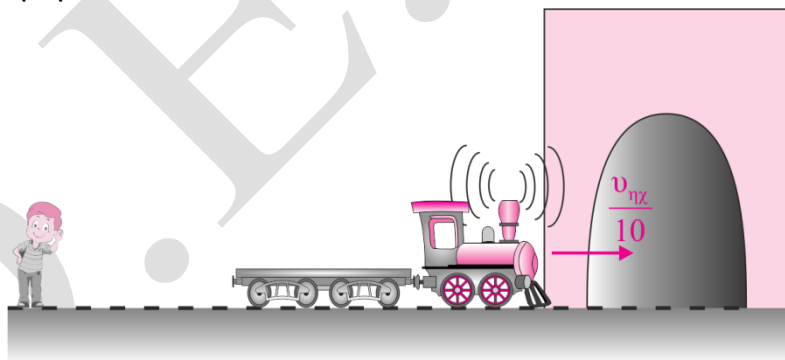
A3 → β

A4 → δ

A5. α → Σωστό    β → Λάθος    γ → Σωστό    δ → Λάθος    ε → Λάθος

**ΘΕΜΑ Β**

B1. Η σωστή απάντηση είναι το iii.



Ο ακίνητος παρατηρητής που βρίσκεται πάνω στις γραμμές και πίσω από το τρένο, ακούει από το τρένο ήχο συχνότητας  $f_1$ .

$$f_1 = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} + \frac{v_{\eta\chi}}{10}} \cdot f_s = \frac{v_{\eta\chi} \cdot f_s \cdot 10}{11 \cdot v_{\eta\chi}} = \frac{10}{11} \cdot f_s$$

Έστω υποθετικός παρατηρητής στο τούνελ. Αυτός αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας  $f_t$ :

$$f_t = \frac{v_{\eta\chi}}{v_{\eta\chi} - v_{\tau\pi}} f_s$$

Ο βράχος λειτουργεί ως δευτερογενής πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας ίση με αυτή που αντιλαμβάνεται.

Άρα,  $f'_s = f_\tau$

Ο ακίνητος παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο από την ανάκλαση στο βράχο, συχνότητας:

$$f_2 = f'_s = f_\tau = \frac{v_{\eta\lambda}}{v_{\eta\lambda} - v_{\tau\phi}} f_s = \frac{v_{\eta\lambda}}{v_{\eta\lambda} - \frac{v_{\eta\lambda}}{10}} f_s = \frac{v_{\eta\lambda} \cdot f_s \cdot 10}{9 \cdot v_{\eta\lambda}} = \frac{10}{9} \cdot f_s$$

Άρα,

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{10}{11} f_s}{\frac{10}{9} f_s} = \frac{9}{11}$$

**B2.** Η σωστή απάντηση είναι το **i**.

Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:

$$y = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

Το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου M είναι:

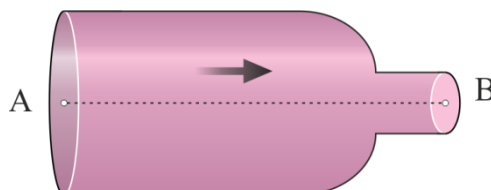
$$A_M = 2A \cdot \left| \cos\left(\frac{2\pi x_M}{\lambda}\right) \right| = 2A \cdot \left| \cos\left(\frac{2\pi \frac{9\lambda}{8}}{\lambda}\right) \right| = 2A \cdot \left| \cos\left(\frac{9\pi}{4}\right) \right| \Rightarrow$$

$$A_M = 2A \cdot \left| \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) \right| = 2A \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \frac{A\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2}$$

Άρα, η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M της χορδής είναι:

$$v_{\max, M} = \omega \cdot A_M = \frac{2\pi A\sqrt{2}}{T}$$

**B3.** Η σωστή απάντηση είναι το **ii**.



Η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο A είναι:

$$\frac{K_A}{\Delta V} = \frac{\frac{1}{2} m v_A^2}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho v_A^2 = \Lambda \quad (1)$$

όπου  $\Lambda$  μια θετική σταθερά.

Εφαρμόζουμε την αρχή της συνέχειας για τα σημεία Α και Β:

$$A_A \cdot v_A = A_B \cdot v_B \Rightarrow 2A_B \cdot v_A = A_B \cdot v_B \Rightarrow v_B = 2v_A$$

Άρα, η κινητική ενέργεια ανά μονάδα όγκου στο σημείο Β είναι:

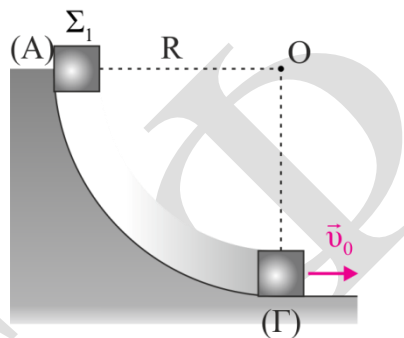
$$\frac{1}{2} \rho v_B^2 = \frac{1}{2} \rho (2v_A)^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} \rho v_A^2 = 4\Lambda \quad (2)$$

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής ΑΒ χρησιμοποιώντας τις (1), (2) προκύπτει:

$$p_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \Rightarrow p_A - p_B = \frac{1}{2} \rho v_B^2 - \frac{1}{2} \rho v_A^2 = 4\Lambda - \Lambda = 3\Lambda$$

### ΘΕΜΑ Γ

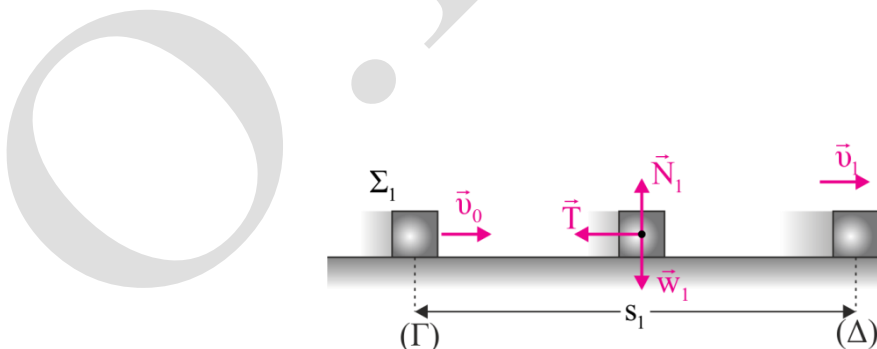
Γ1.



Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ) για το  $\Sigma_1$  από τη θέση Α στη θέση Γ θεωρώντας  $U_\Gamma = 0$ .

$$K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \Rightarrow 0 + m_1 g R = \frac{1}{2} m_1 v_0^2 + 0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gR} \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

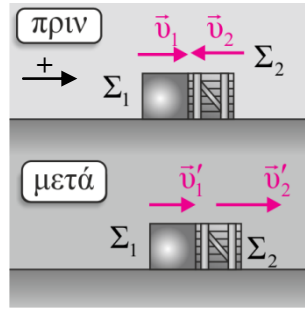
Γ2.



Ισχύει

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_1 = m_1 g$$

$$T = \mu N = \mu m_1 g$$



Εφαρμόζουμε Θεώρημα Μεταβολής Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) για το  $\Sigma_1$  από τη θέση  $\Gamma$  στη θέση  $\Delta$  για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$  ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα  $\Sigma_2$ .

$$K_{\Delta} - K_{\Gamma} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -T \cdot s_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_1 v_0^2 = -\mu \cdot m_1 \cdot g \cdot s_1$$

$$\text{προκύπτει } v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\mu g s_1} = 8 \text{ m/s}$$

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης ορμής και διατήρηση μηχανικής ενέργειας για την ελαστική κρούση και υπολογίζουμε τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων των σωμάτων μετά την κρούση:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} \cdot v_2 \Rightarrow v_1' = -\frac{2}{4} \cdot 8 + \frac{6}{4} \cdot (-4) = -10 \text{ m/s}$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_2 \Rightarrow v_2' = \frac{2}{4} \cdot 8 + \frac{2}{4} \cdot (-4) = 2 \text{ m/s}$$

Τα μέτρα των ταχυτήτων είναι:  $|v_1'| = 10 \text{ m/s}$  και  $|v_2'| = 2 \text{ m/s}$ .

**Γ3.** Η μεταβολή της ορμής για το σώμα  $\Sigma_2$  (λαμβάνοντας θετική τη φορά προς τα δεξιά) είναι:

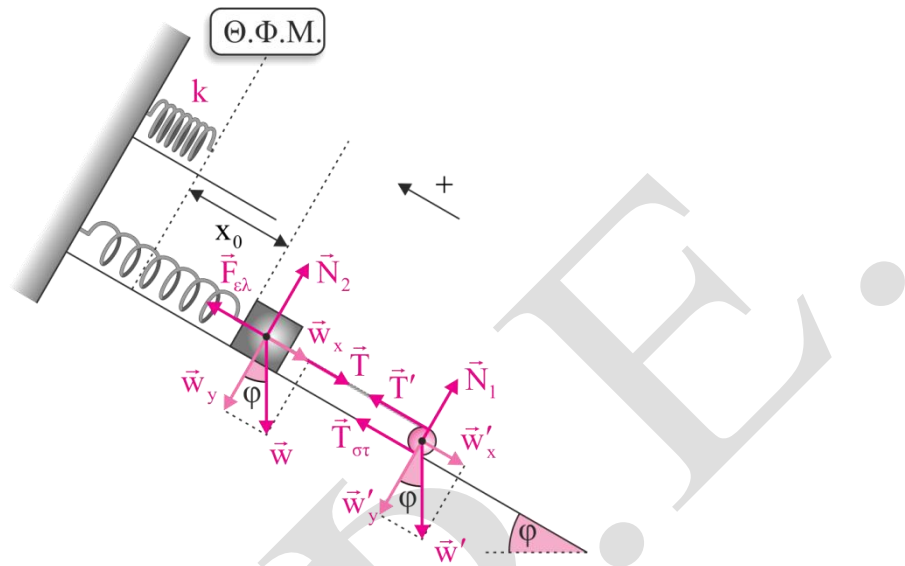
$$\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_{2,τελ} - \vec{p}_{2,αρχ} \Rightarrow \Delta p_2 = m_2 v_2' - (-m_2 v_2) = 6 + 12 = 18 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα το μέτρο της μεταβολής είναι  $|\Delta p_2| = 18 \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$  και επειδή  $\Delta P_2 > 0$  η φορά είναι προς τα δεξιά.

**Γ4.** Το ποσοστό μεταβολής κινητικής ενέργειας για το  $\Sigma_1$  κατά την κρούση δίνεται από την σχέση:

$$\Pi_1 \% = \frac{K_{1,τελ} - K_{1,αρχ}}{K_{1,αρχ}} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% = \frac{36}{64} \cdot 100\% = 56,25\%$$

## ΘΕΜΑ Δ



Αρχικά για τα δύο σώματα που ισορροπούν, υπολογίζουμε:

$$w_x = m \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 5\text{N}$$

$$w'_x = M \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = 10\text{N}$$

**Δ1.** Για το σώμα μάζας  $m$  που ισορροπεί ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_x + T \Rightarrow kx_0 = w_x + T \quad (1)$$

Για τον κύλινδρο λόγω ισορροπίας ισχύει:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T' + T_{στ} = w'_x \Rightarrow T' + T_{στ} = 10 \quad (2)$$

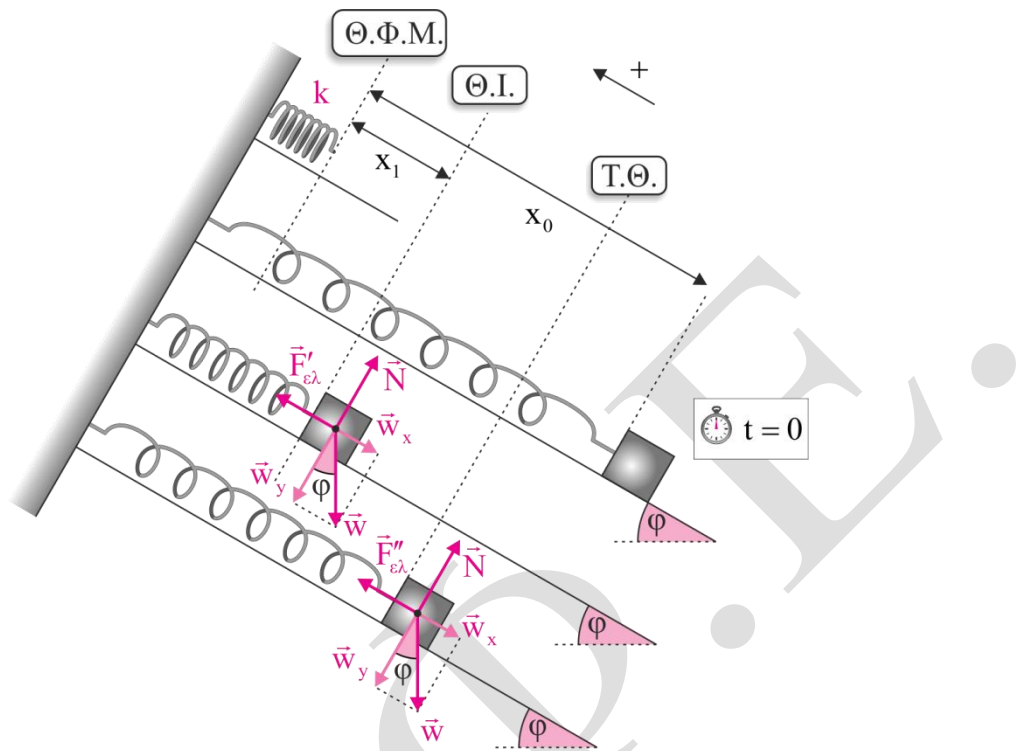
$$\Sigma \tau = 0 \Rightarrow T'R - T_{στ}R = 0 \Rightarrow T' = T_{στ} \quad (3)$$

$T' = T$  αφού το νήμα είναι αβαρές.

Από (2), (3) έχουμε ότι:  $2T_{στ} = 10 \Rightarrow T_{στ} = 5\text{N} = T$

Από την (1) προκύπτει ότι:  $100x_0 = 5 + 5 \Rightarrow x_0 = 0,1\text{m}$

Δ2.



Τη χρονική στιγμή  $t=0$  που κόβουμε το νήμα το σώμα βρίσκεται στην ακραία θέση της ταλάντωσής του.

Αρχικά βρίσκουμε τη νέα θέση ισορροπίας του σώματος

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w_x \Rightarrow kx_1 = w_x \Rightarrow 100x_1 = 5 \Rightarrow x_1 = 0,05\text{m}$$

Οπότε το πλάτος της ταλάντωσης του είναι  $A = x_0 - x_1 = 0,05\text{m}$ .

Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς:

$$D = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \Rightarrow m\omega^2 = D \Rightarrow 1\omega^2 = 100 \Rightarrow \omega = 10\text{rad/s}$$

Από τις αρχικές συνθήκες υπολογίζουμε την αρχική φάση:

$$\left. \begin{array}{l} t = 0 \\ x = -A \\ v = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -A = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$$

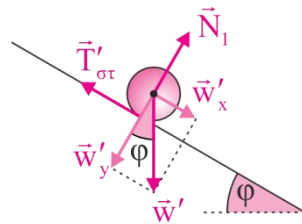
Η εξίσωση απομάκρυνσης είναι  $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$

Οπότε, η δύναμη επαναφοράς είναι:

$$\Sigma F_{\varepsilon\pi} = -D \cdot x \Rightarrow \Sigma F_{\varepsilon\pi} = -DA\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \Sigma F_{\varepsilon\pi} = -100 \cdot 0,05 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Sigma F_{\varepsilon\pi} = -5\eta\mu\left(10t + \frac{3\pi}{2}\right) \text{ (S.I.)}$$

**Δ3.** Ο κύλινδρος από την χρονική στιγμή  $t = 0$  και μετά κάνει σύνθετη κίνηση.



Ισχύει

$$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \Rightarrow \Delta\theta = N \cdot 2\pi = \frac{12}{\pi} \cdot 2\pi = 24\text{rad}$$

Εφαρμόζουμε τον Θεμελιώδη Νόμο της Μηχανικής για την μεταφορική κίνηση του σώματος.

$$\Sigma \vec{F}_x = M\vec{\alpha}_{\text{cm}} \Rightarrow w'_x - T_{\sigma\tau} = M\alpha_{\text{cm}} \Rightarrow 10 - T_{\sigma\tau} = 2\alpha_{\text{cm}} \quad (4)$$

Εφαρμόζουμε Θεμελιώδη Νόμο Στροφικής Κίνησης για τη στροφική κίνηση.

$$\Sigma \tau = I\alpha_\gamma \Rightarrow T_{\sigma\tau}R = \frac{1}{2}MR^2 \frac{\alpha_{\text{cm}}}{R} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 1 \cdot \alpha_{\text{cm}} \quad (5)$$

$$(4) + (5) \Rightarrow 10 = 3\alpha_{\text{cm}} \Rightarrow \alpha_{\text{cm}} = \frac{10}{3} \text{ m/s}^2$$

Επειδή ο κύλινδρος κυλιέται χωρίς ολίσθηση, ισχύει:

$$\alpha_\gamma = \frac{\alpha_{\text{cm}}}{R} = \frac{100}{3} \text{ rad/s}^2$$

$$\Delta\theta = \frac{1}{2}\alpha_\gamma t^2 \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{3} t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{12 \cdot 12}{100} \Rightarrow t = 1,2\text{s}$$

$$\omega = \alpha_\gamma t = \frac{100}{3} \cdot 1,2 = 40 \text{ rad/s}$$

Οπότε η στροφορμή του είναι

$$L = I\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,01 \cdot 40 \Rightarrow L = 0,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}$$

**Δ4.** Βρίσκουμε τη γωνιακή ταχύτητα και την μεταφορική ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = 3\text{s}$  .

$$\omega = \alpha_\gamma \cdot t = \frac{100}{3} \cdot 3 = 100 \text{ rad/s}$$

$$v_{\text{cm}} = \omega R = 10 \text{ m/s}$$

Επομένως ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας τη χρονική στιγμή  $t = 3\text{s}$  υπολογίζεται:

$$\frac{dK}{dt} = \frac{dK_{\text{στρ}}}{dt} + \frac{dK_{\text{μετ}}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega + \Sigma F_x \cdot v_{\text{cm}} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = I \alpha_\gamma \omega + M \alpha_{\text{cm}} v_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \left( \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,1^2 \cdot \frac{100}{3} \cdot 100 + 2 \cdot \frac{10}{3} \cdot 10 \right) \frac{\text{J}}{\text{s}} \Rightarrow$$

$$\frac{dK}{dt} = \left( \frac{100}{3} + \frac{200}{3} \right) \frac{\text{J}}{\text{s}} = 100 \text{ J/s}$$