

ΜΑΘΗΜΑ: Φυσική Προσανατολισμού

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Βασιλειάδου Σοφία

ΘΕΜΑ Α

- A1. β A2. γ A3. α A4. γ
A5. α. Λάθος β. Σωστό γ. Λάθος δ. Σωστό ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. Καθώς η πηγή απομακρύνεται αρχικά:

$$f_1 = \frac{v}{v+v_s} f_5$$

$$f_1 = \frac{v}{v + \frac{v}{20}} f_5$$

$$f_1 = \frac{v}{\frac{20v+v}{20}} f_5$$

$$f_1 = \frac{20v}{21v} f_5$$

$$f_1 = \frac{20}{21} f_5 \quad (1)$$

Μετά την πλαστική κρούση από Α.Δ.Ο. : $\vec{P}_{\text{πριν}} = \vec{P}_{\text{μετά}}$

$$m \cdot v_s = 2m \cdot v'_s \Rightarrow v'_s = \frac{v_s}{2} \Rightarrow v'_s = \frac{v}{40}$$

Άρα

$$f_2 = \frac{v}{v+v'_s} f_5$$

$$f_2 = \frac{v}{v + \frac{v}{40}} f_5$$

$$f_2 = \frac{v}{\frac{40v+v}{40}} f_5$$

$$f_2 = \frac{40v}{41v} f_5$$

$$f_2 = \frac{40}{41} f_5 \quad (2)$$

Διαιρούμε τις (1),(2) κατά μέλη:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{20}{41} \frac{f_5}{f_5}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{41 \cdot 20}{21 \cdot 40}$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$$

Σωστό το (ii).

B2. Bernoulli από $\Delta \rightarrow \Gamma$:

$$P_{\Delta} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Delta}^2 = P_{\Gamma} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2$$

$$P_{am} + pgh + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Delta}^2 = P_{am} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2$$

$$pgh + \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} \rho \cdot v_{\Gamma}^2$$

$$gh + \frac{1}{2} v_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} v_{\Gamma}^2$$

$$gh = \frac{1}{2} v_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} v_{\Delta}^2 \quad (1)$$

Από σταθερή παροχή:

$$\Pi_{\Delta} = \Pi_{\Gamma}$$

$$A_{\Delta} v_{\Delta} = A_{\Gamma} v_{\Gamma}$$

$$2A_{\Gamma} v_{\Delta} = A_{\Gamma} v_{\Gamma}$$

$$v_{\Delta} = \frac{v_{\Gamma}}{2} \quad (2)$$

Η (1) από (2):

$$gh = \frac{1}{2} v_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} \frac{v_{\Gamma}^2}{4}$$

$$gh = \frac{3v_{\Gamma}^2}{8} \Rightarrow h = \frac{3v_{\Gamma}^2}{8g} \quad (3)$$

Επειδή η ελεύθερη επιφάνεια σταθεροποιείται:

$$\Pi_{\Gamma} = \Pi_Z$$

$$A_{\Gamma} v_{\Gamma} = A_Z v_Z$$

$$A_{\Gamma} v_{\Gamma} = \frac{A_{\Gamma}}{2} v_Z$$

$$v_Z = 2v_{\Gamma} \quad (4)$$

Χρησιμοποιούμε Bernoulli στο δοχείο:

$$P_{atm} + \rho g H = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_z^2$$

$$\rho g H = \frac{1}{2} \rho \cdot v_z^2$$

$$g H = \frac{1}{2} v_z^2$$

$$H = \frac{v_z^2}{2g} \quad (5)$$

Διαιρούμε τις σχέσεις (3),(5) κατά μέλη: $\frac{h}{H} = \frac{\frac{3v_r^2}{8g}}{\frac{v_z^2}{2g}} = \frac{6v_r^2}{8v_z^2} = \frac{6v_r^2}{8 \cdot 4v_r^2} = \frac{3}{16}$.

Σωστό το (iii).

B3. ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ – ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ}$$

$$\frac{1}{2} I \cdot \omega^2 = F \cdot L \cdot \Theta$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} M L^2 \omega^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1 \cdot \omega^2 = 9\pi \cdot 1 \cdot \pi$$

$$\omega = 3\pi \text{ r/sec}$$

Στην θέση Δ πλαστική κρούση:

$$\vec{\Sigma}_{\tau\omega\xi} = 0 \Rightarrow \vec{L}_{πριν} = \vec{L}_{μετά}$$

$$I \cdot \omega = I' \cdot \omega'$$

$$\frac{1}{3} M L^2 \omega = \left(\frac{1}{3} M L^2 + m L^2 \right) \cdot \omega'$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3\pi = \left(\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \right) \cdot \omega'$$

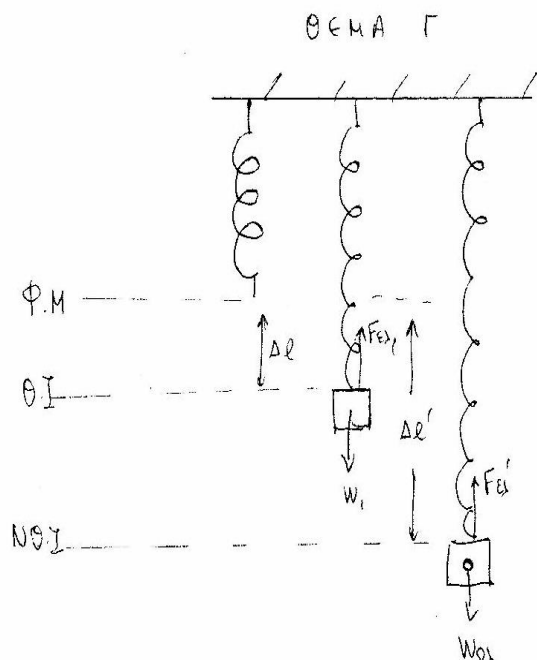
$$3\pi = 2\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2} \text{ r/sec}$$

Οπότε $T = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{4}{3} \text{ sec}$.

Για να διαγράψει το $\frac{1}{4}$ της τροχιάς χρειάζεται $\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow \Delta t = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{1}{3} \text{ sec}$

Σωστό το (ii).

ΘΕΜΑ Γ



Θ.Ι:

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y &= 0 \\ W - K \cdot \Delta l &= 0 \\ K &= \frac{mg}{\Delta l} \\ K &= \frac{10}{0,05} \\ K &= 200 \text{ N/m} \end{aligned}$$

Ν.Θ.Ι

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}'_y &= 0 \\ W' - K \cdot \Delta l' &= 0 \\ \Delta l' &= \frac{W'}{K} \\ \Delta l' &= \frac{20}{200} = 0,1 \text{ m} \end{aligned}$$

Επειδή ΘΦΜ είναι ακραία: $A = \Delta l' = 0,1 \text{ m}$.

Γ2. Μετά την κρούση ισχύει ΑΔΕΤ:

$$\begin{aligned} K + v &= E_{ολ} \\ \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_k^2 + \frac{1}{2}Ky^2 &= \frac{1}{2}KA^2 \\ 2v_k^2 + 200y^2 &= 200A^2 \\ v_k^2 &= 100A^2 - 100y^2 \\ v_k &= \sqrt{1 - 0,25} \\ v_k &= 0,5\sqrt{3} \text{ m/sec} \end{aligned}$$

Για την κρούση:

$$\begin{aligned} \vec{P}_\pi &= \vec{P}_\mu \\ m_1 v_0 &= (m_1 + m_2)v_k \\ v_0 &= 2v_k = \sqrt{3} \text{ m/sec} \end{aligned}$$

Γ3. Ισχύει:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{P}_2 &= \vec{P}'_2 - \vec{P}_2 \\ \Delta \vec{P}_2 &= m_2 v_k - m_2 v_0 \\ \Delta \vec{P}_2 &= 0,5\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ \Delta \vec{P}_2 &= -0,5\sqrt{3} \text{ Kg m/sec} \end{aligned}$$

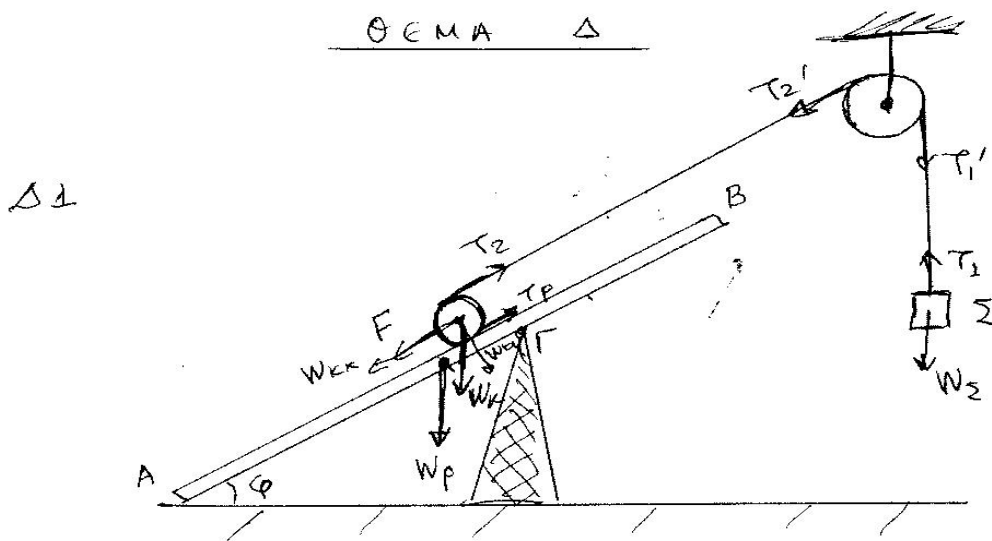
Άρα το μέτρο $|\Delta \vec{P}_2| = 0,5\sqrt{3} \text{ Kg} \cdot \text{m/sec}$ και κατεύθυνση αντίθετη της $P_{αρχ}$ (προς τα κάτω).

$$\Gamma 4. y = A \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0) \text{ όπου } \omega = \sqrt{\frac{K}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{200}{2}} = 10 \text{ r/sec.}$$

$$\text{Για } t = 0: y = 0,05 \text{ άρα } 0,05 = 0,1 \cdot \eta\mu\phi_0 \Rightarrow \eta\mu\phi_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ (δεκτική, } v > 0) \text{ ή } \phi_0 = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{άρα } y = 0,1 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right).$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

$$\text{Για το } \Sigma: \Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow W_\Sigma = T_1 \Rightarrow T_1 = 20 \text{ N.}$$

$$\text{Για την τροχαλία: } \Sigma \vec{\tau}_0 = 0 \Rightarrow T_1' \cdot R_r - T_2' \cdot R_r = 0 \Rightarrow T_1' = T_2' \text{ άρα } T_1 = T_2 = 20 \text{ N.}$$

$$\text{Για τον κύλινδρο: } \Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow T_2 \cdot R_k - T_\rho \cdot R_k = 0 \Rightarrow T_2 = T_\rho = 20 \text{ N}$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F + W_x - T_2 - T_\rho = 0 \Rightarrow F = T_2 + T_\rho - W_x \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$

Δ2.

$$\text{Για το } \Sigma: \Sigma \vec{F}_y = m_\Sigma \vec{a}_{cm_1} \Rightarrow 20 - T_1 = 2\vec{a}_{cm_1}$$

$$\text{Για την τροχαλία: } \Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow I_T \cdot \vec{a}_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_1' \cdot R_T - T_2' \cdot R_T = \frac{1}{2} M_T \cdot R_T^2 \frac{a_{cm_1}}{R_T} \Rightarrow T_1 - T_2 = a_{cm_1} \text{ Για}$$

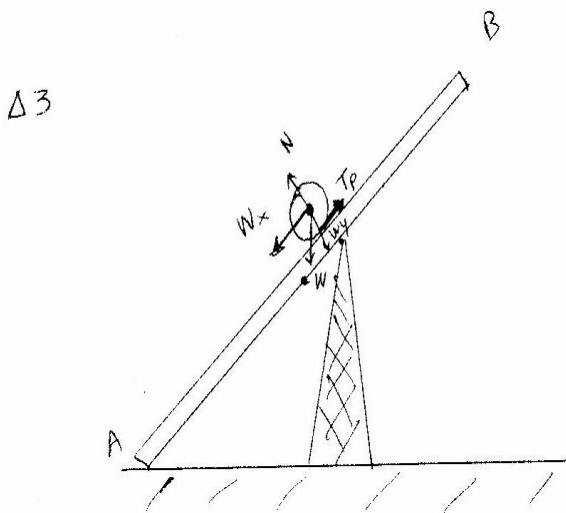
τον κύλινδρο:

$$\Sigma \vec{\tau} = I_k \cdot \vec{a}_{\gamma\omega\nu_k} \Rightarrow T_2 \cdot R_k - T_\rho \cdot R_k = \frac{1}{2} M_k \cdot R_k^2 \frac{a_{cm_2}}{R_k} \Rightarrow T_2 - T_\rho = a_{cm_2} \Rightarrow T_2 - T_\rho = \frac{a_{cm_1}}{2}.$$

$$\text{Είναι } \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot a_{cm_2} \Rightarrow T_2 + T_\rho - W_x = m_2 \cdot \frac{a_{cm_1}}{2}.$$

Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει ότι: $a_{cm_1} = 4 \text{ m/s}^2$, $a_{cm_2} = 2 \text{ m/s}^2$.

Δ3.



$$\overline{\Sigma F_x} = m \cdot a_{cm} \Rightarrow W_x - T_\rho = m \cdot a_{cm}$$

Επίσης

$$\overline{\Sigma \tau} = I \cdot a_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow T_\rho \cdot R = \frac{1}{2} MR^2 \cdot \frac{a_{cm}}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_\rho = \frac{1}{2} Ma_{cm} \text{ Άρα:}$$

$$W_x = \frac{3}{2} m \cdot a_{cm}$$

$$mg\eta\mu\phi = \frac{3}{2} m \cdot a_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{10}{3} m/s^2$$

Είναι

$$v = v_0 - at \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3}t \Rightarrow t = 0,3 \text{ sec}$$

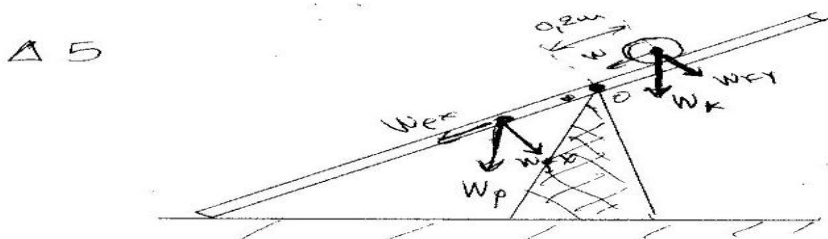
$$v_2 = a_{cm_2} t \Rightarrow v_2 = 2 \cdot 0,5 = 1 m/s$$

Δ4. Από $0 \rightarrow 0,5 \text{ sec}$: $x_1 = \frac{1}{2} a_{cm} t^2 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,25 \Rightarrow x_1 = 0,25 m$

Από $0,5 \text{ sec} \rightarrow (0,5 + 0,3 = 0,8 \text{ sec})$: $x_2 = v_0 t - \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow x_2 = 1 \cdot 0,3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot 0,3^2 = 0,3 - \frac{0,9}{6} = 0,15 m$.

Άρα $x_{ολ} = 0,4 m$.

Δ5.



Ο κύλινδρος απείχε αρχικά απόσταση $\Gamma\Delta = 0,2 m$ από το σημείο στήριξης. Εφόσον μετακινήθηκε κατά $0,4 m$ σημαίνει ότι είναι στη θέση E όπου $\Gamma E = 0,2 m$. Παρατηρούμε ότι η ράβδος δεν ανατρέπεται γιατί η ροπή του βάρους της είναι μεγαλύτερη από τη ροή του βάρους του κυλίνδρου

Είναι

$$\tau_{W_k} = -W_{k_y} \cdot 0,2 = -20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,2 = -2\sqrt{3} N \cdot m \text{ και}$$

$$\tau_{W_p} = -W_{p_y} \cdot 0,5 = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,5 = 5\sqrt{3} N \cdot m$$

Άρα $\tau_{W_p} > \tau_{W_k}$.